Módulo 10

Lógica y Conjuntos

Guía de Ejercicios

Índice

Unidad I. Teoría de conjuntos.

Ejercicios Resueltos .... pág. 02

Ejercicios Propuestos .... pág. 10

Unidad II. Nociones de lógica.

Ejercicios Resueltos .... pág. 12

Ejercicios Propuestos .... pág. 18

Unidad I. Teoría de conjuntos.

Ejercicios Resueltos

1. Escribir las afirmaciones siguientes en notación conjuntista

a) x no pertenece a A
b) R es subconjunto de S
c) d es elemento de E
d) F no es subconjunto de G
e) H no incluye a D

Solución

a) $x \notin A$
b) $R \supset S$
c) $d \in E$
d) $F \not\subset G$
e) $H \not\supset D$

2. ¿Cuáles de estos conjuntos son vacíos?

a) A $= \{x \mid$ x es una letra anterior a a en el alfabeto$\}$
b) B $= \{x \mid x^2 = 9$ y $2x = 4\}$
c) C $= \{x \mid x \neq x\}$
d) D $= \{x \mid x + 8 = 8\}$

Solución

a) Como a es la primera letra del alfabeto, el conjunto A carece de elementos; por tanto, $A = \emptyset$

b) No hay número que satifaga a ambas ecuaciones $x^2 = 9$ y $2x = 4$; así que B es también vacío.

d) Se da por sentado que todo objeto es él mismo, de modo que C es vacío.

e) El número cero satisface a la ecuación $x + 8 = 8$, así que D consta del elemento cero. Por tanto, D no es vacío.

3. Sean $V = \{d\}$, $W = \{c, d\}$, $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{a, b\}$ y $Z = \{a, b, d\}$. Establecer la verdad o falsedad de las siguientes afrimaciones

a) $Y \subset X$
b) $W \not\supset V$
c) $W \neq Z$
d) $Z \supset V$
e) $V \not\subset Y$
f) $Z \not\supset X$
g) $V \subset X$
h) $Y \subset Z$
i) $X = W$
j) $W \subset Y$

Solución

a) Como todo elemento de Y es elemento de X, resulta que $Y \subset X$ es verdadera.

b) El único elemento de V es d, y d también está en W; así que W es superconjuto de V y, por tanto, $W \not\supset V$ es falsa.

c) Como $a \in Z$ y $a \notin W$, $w \neq Z$ es verdadera.

d) Z es un superconjunto de V puesto que el único elemento de V es elemento de Z; por tanto, $Z \supset V$ es verdadera.

e) Como $d \in V$ y $d \notin Y$, $V \not\subset Y$ es verdadera.

f) Como $c \in X$ y $c \notin Z$, entonces Z no es un superconjunto de X, es decir, $Z \not\supset X$ es verdadera.

g) V no es sbconjunto de X, ya que $d \in V$ y $d \notin X$; por tanto, $V \subset X$ es falsa.

h) Todo elemento de Y lo es de Z; luego $Y \not\subset Z$ es falsa.

i) Como $a \in X$ y $a \notin W$, $X = W$ es falsa.

j) Como $c \in W$ y $c \notin Y$, W no es un subconjunto de Y y, por tanto, $W \supset Y$ es falsa.

4. Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ y $C = \{3, 4, 5, 6\}$. Hallar:

   a) $A \cup B$
   b) $A \cup C$
   c) $B \cup C$
   d) $B \cup B$

   Solución
   Para formar la unión de A y B se reúnen todos los elementos de A con todos los elementos de B. De modo que:
   $$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$$
   De igual manera
   $$A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$
   $$B \cup C = \{2, 4, 6, , 3, 5\}$$
   $$B \cup B = \{2, 4, 6, 8\}$$

5. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ y $C = \{3, 4, 5, 6\}$. Hallar:
   a) $A \cap B$
   b) $A \cap C$
   c) $B \cap C$
   d) $B \cap B$

   Solución
   Para formar la intersección de A y B se inscriben todos los elementos comues a A y B; así $A \cap B = \{2, 4\}$. De igual manera, $A \cap C = \{3, 4\}$, $B \cap C = \{4, 6\}$ y $B \cap B = \{2, 4, 6, 8\}$

6. Sea $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ y $C = \{3, 4, 5, 6\}$. Hallar:

   a) $(A - B)$
   b) $(C - A)$
   c) $(B - C)$
   d) $(B - B)$

   Solución
   a) El conjunto $A - B$ consiste en los elementos de A que no están en B.
   Como $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y 2, 4 $\in$ B, entonces $A - B = \{1, 3\}$
   b) Los únicos elementos de C que no están en A son 5 y 6; por tanto, $C - A = \{5, 6\}$
   c) $B - C = \{2, 8\}$
   d) $B - A = \{6, 8\}$
   e) $B - B = \emptyset$

7. Sean $U = \{1, 2, 3, \ldots, 8, 9\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ y $C = \{3, 4, 5, 6\}$. Hallar:

a) A'
b) B'
c) $(A \cap C)'$
d) $(A \cup B)'$
e) $(A')'$
f) $(B - C)'$

Solución

a) El conjunto A' consiste en los elementos que están en U pero no en A. Por tanto, $A' = \{5, 6, 7, 8, 9\}$

b) El conjunto de los elementos de U que no están en B es $B' = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

c) $A \cap C = \{3, 4\}$ y entonces $(A \cap C)' = \{1, 2, 5, 6, 7, 8, 9\}$

d) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ y entonces $(A \cup B)' = \{5, 7, 9\}$

e) $A' = \{5, 6, 7, 8, 9\}$ y entonces $(A')' = \{1, 2, 3, 4\}$, es decir $(A')' = A$

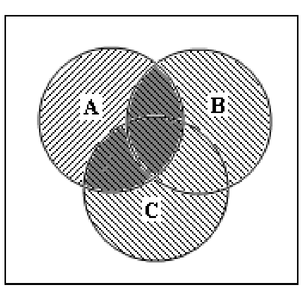
f) $(B - C) = \{2, 8\}$ y entonces $(B - C)' = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$

8. En el diagrama de Venn que sigue, rayar

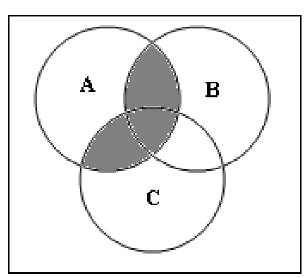
a) $A \cap (B \cup C)$
b) $(A \cap B) \cup (A \cap C)$
c) $A \cup (B \cap C)$
d) $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

Solución

a) Primero rayar A con trazos inclinados a la derecha y rayar $B \cup C$ con trazos inclinados a la izquierda; entonces $A \cap (B \cup C)$ es el área con doble rayado

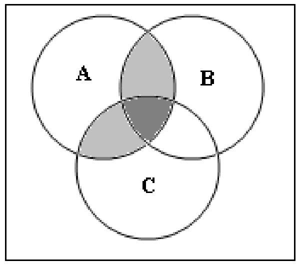


Ay B ∪ C aparecen rayados

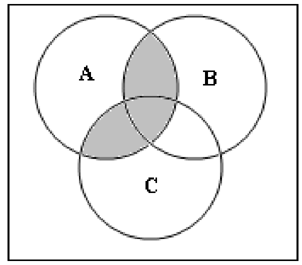


A ∩ (B ∪ C) lo rayado

b)

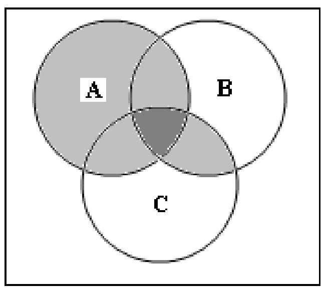


$A \cap B$ y $A \cap C$ lo rayado

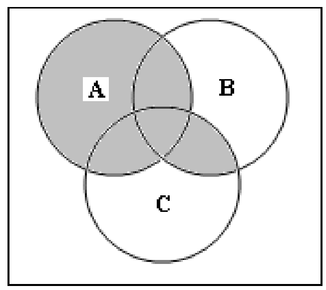


$(A \cap B) \cup (A \cap C)$ lo rayado

c)

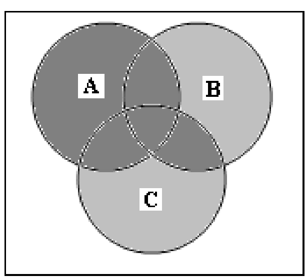


A y $B \cap C$ lo rayado

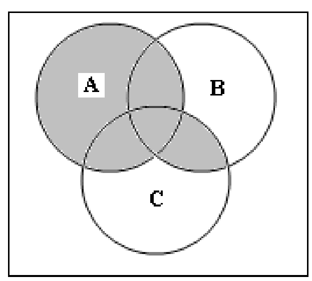


$A \cup (B \cap C)$ lo rayado

d)



$A \cup B$ y $A \cup C$ lo rayado

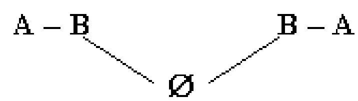


$(A \cup B) \cap (A \cup C)$ lo rayado

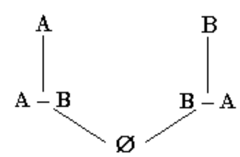
9. Dados dos cojuntos A y B no comparables, construir el diagrama lineal de los conjuntos A, B, (A - B), (B - A), $\emptyset$ y el universal U.

Solución

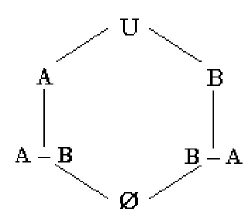
Notar perimero que $(A - B) \subset A$ y que $(B - A) \subset B$.
Como $\emptyset$ es subcojunto de todo conjunto y como (A - B) y (B - A) no son comparables, se puede trazar primero



Como $A \supset (A - B)$ y $B \supset (B - A)$, se añaden A y B al diagrama como sigue:



Como U contiene a todo conjunto, se completa el diagrama así:



10. Sean $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$ y $C = \{3, 4\}$. Hallar:

a) $A \times (B \cup C)$
b) $(A \times B) \cup (A \times C)$
c) $A \times (B \cap C)$
d) $(A \times B) \cap (A \times C)$

Solución

a) Se averigua primero $B \cup C = \{2, 3, 4\}$. Entonces

$$A \times (B \cup C) = \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (b, 2), (b, 3), (b, 4)\}$$

b) Calcular primero $A \times B$ y $A \times C$:

$$A \times B = \{(a,2),(a,3),(b,2),(b,3)\}$$
$$A \times C = \{(a,3),(a,4),(b,3),(b,4)\}$$

Ahora se busca la única de los dos conjuntos:

$$(A \times B) \cup (A \cup C) = \{(a,2),(a,3),(b,2),(b,3),(a,4),(b,4)\}$$

c) Calcular primero $B \cap C = \{3\}$. Entonces

$$A \times (B \cap C) = \{(a,3),(b,3)\}$$

d) En b) se calulcaron $A \times B$ y $A \times C$. La intersección de $A \times B$ y $A \times C$ es el conjunto de los pares ordenados que pertenecen a ambos conjuntos, es decir,

$$(A \times B) \cap (A \times C) = \{(a,3),(b,3)\}$$

11. Demostrar: $(A \cap B) \cup (A \cap B') = A$

Solución

$(A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B')$ Ley distributiva

Por la Ley de complemento $B \cup B' = U$, sustituyendo:

$$(A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap U$$

Por la Ley de identidad, $A \cap U = A$, sustituyendo:

$$(A \cap B) \cup (A \cap B') = A$$

Ejercicios Propuestos

1. Escibir en notación conjuntista:

   a) R es subconjunto de T
   b) x es elemento de Y
   c) M no es subconjunto de S
   d) El conjunto potencia de W
   e) z no pertenece a A
   f) B está incluido en F
   g) El conjunto vacío
   h) R pertenece a A

2. Sean $A = \{1, 2, 3, \ldots, 8, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $D = \{3, 4, 5\}$ y $E = \{3, 5\}$. ¿Cuáles conjuntos pueden ser iguales a X dadas las condiciones siguientes?

   a) X y B son disjuntos
   b) $X \subset D$ y $X \not\subset B$
   c) $X \subset A$ y $X \not\subset C$
   d) $X \subset C$ y $X \not\subset A$

3. Sean $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x^2 = 4, \text{x es positivo}\}$, $C = \{x \mid x^2 - 6x + 8 = 0\}$ y $D = \{x \mid \text{x es par}\}$. Completar las siguientes afirmaciones insertando $\subset$, $\supset$ o "nc" (no comparables) entre cada par de conjuntos:

   a) $A \ldots B$
   b) $A \ldots C$
   c) $B \ldots C$
   d) $A \ldots D$
   e) $B \ldots D$
   f) $C \ldots D$

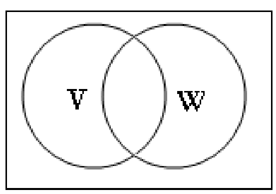
4. Hacer un diagrama lineal de los conjuntos A, B, C y D del problema 3.

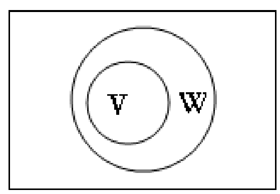
5. Sea el conjunto universal $U = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ y sean $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, c, e, g\}$ y $C = \{b, e, f, g\}$. Hallar:

a) $A \cup C$
b) $B \cap A$
c) $C - B$
d) B'
e) $A' - B$
f) $B' \cup C$
g) $(A - C)'$
h) $C' \cap A$
i) $(A - B')'$
j) $(A \cap A')'$

6. En los diagramas de Venn que siguen, rayar

a) $V \cap W$
b) W'
c) $W - V$
d) $V' \cup W$
e) $V' - W'$





7. Hacer un diagrama de Venn con tres subconjuntos no vacíos A, B y C de modo que A, B y C tengan las siguientes características

a) $A \subset B$, $C \subset B$, $A \cap C = \emptyset$
b) $A \subset B$, $C \not\subset B$, $A \cap C \neq \emptyset$
c) $A \subset C$, $A \neq C$, $B \cap C = \emptyset$
d) $A \subset (B \cap C)$, $B \subset C$, $C \neq B$, $A \neq C$

8. Escribir el dual en cada uno de los siguientes casos

a) $A \cup (A \cap B) = A$
b) $(A \cup U) \cap (A \cap \emptyset) = \emptyset$
c) $(A \cup B) \cap (B \cup C) = (A \cap C) \cup B$

9. Demostrar

$$A \cap (A' \cup B) = A \cap B$$

Unidad II. Nociones de Lógica.

Ejercicios Resueltos

1. Sean p "Hace frío" y q "Está lloviendo". Describir con un enunciado verbal las siguientes aserciones:

   a) p
   b) $p \wedge q$
   c) $p \vee q$
   d) $q \leftrightarrow p$ e) $p \rightarrow q$
   f) $q \vee p$
   g) $p \wedge q$
   h) $p \leftrightarrow q$
   i) q
   j) $(p \wedge q) \rightarrow p$

   Solución

   En cada caso,transcribir $\wedge$, $\vee$, , $\rightarrow$ y $\leftrightarrow$ por "y", "o", "es falso que" o "no", "si $\cdots$ entonces" y "si, y solo si", respectivamente, simplificando luego la oración.

   a) No hace frío.
   b) Hace frío y está lloviendo.
   c) Hace frío o está lloviendo.
   d) Está lloviendo si,y solo si, hace frío.
   e) Si hace frío, entonces no está lloviendo.
   f) Está lloviendo o no hace frío.
   g) No hace frío y no está lloviendo.
   h) Hace frío si,y solo si, no está lloviendo.
   i) No es verdad que no está lloviendo.
   j) Si hace frío y no está lloviendo, entonces hace frío.

2. Determinar el valor de verdad de cada una de los siguientes enunciados compuestos.

   a) Si $3 + 2 = 7$, entonces $4 + 4 = 8$
   b) No es verdad que $2 + 2 = 5$ si, y solo si, $4 + 4 = 10$
   c) París está en Inglaterra o Londres está en Francia.
   d) No es verdad que $1 + 1 = 3$ o que $2 + 1 = 3$
   e) Es falso que si París está en Inglaterra, entonces Londres está en Francia.

Solución

a) Sea p, $3+2=7$ y sea q, $4+4=8$. Nótese que p es falso y q es verdadera. Entonces, $p \rightarrow q$ es verdadera. Es decir, el enunciado propuesto es verdadero.

b) Sea p, $2+2=5$, sea q, $4+4=10$ y sea r "p ssi q". Es claro que p y q son falsos; luego $p \leftrightarrow q$ es verdadero, esto es, r es verdadero. Como r es verdadero, el enunciado que es la negación de r, es falso.

c) Sea p, "París está en Inglaterra" y q, "Londres está en Francia" .Evidentemente p y q son falsos; por tanto, el enunciado dado, $p \vee q$, es falso.

d) Sea p, $1+1=3$, sea q, $2+1=3$ y sea r "p o q". Nótese que p es falso y q verdadero; entonces $p \vee q$ que es r, es verdadero. Como el enunciado propuesto es r, es falso.

e) Sea p, "París está en Inglaterra" y q, "Londres está en Francia" y sea r "Si p entonces q". Siendo p y q falsos, entonces $p \rightarrow q$ es verdadero, esto es, r es verdadero. En consecuencia, el enunciado propuesto, r, es falso.

3. Hallar la tabla de verdad de cada proposición.

a) $p \wedge q$
b) $(p \rightarrow q)$
c) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$
d) $(p \wedge q) \vee (q \leftrightarrow p)$

Solución

a)

p	q	p	$p \wedge q$
V	v	F	F
V	F	F	F
F	v	V	V
F	F	V	F

b)

p	q	q	$p \wedge q$	$(p \rightarrow q)$
V	v	F	F	V
V	F	V	V	F
F	v	F	V	F
F	F	V	V	F

c)

p	q	$p \vee q$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \to (p \vee q)$
V	v	V	V	V
V	F	F	V	V
F	v	F	V	V
F	F	F	F	V

d)

p	q	$p \wedge q$	$q \leftrightarrow p$	$(p \wedge q)$	$(p \leftrightarrow q)$	$(p \wedge q) \vee (q \leftrightarrow p)$
V	v	V	V	F	F	F
V	F	F	F	V	V	V
F	v	F	F	V	V	V
F	F	F	V	V	F	V

4. Verificar por tablas de verdad, que la negación de $p \wedge q$, $p \vee q$, $p \to q$ y $p \leftrightarrow q$ es lógicamente equivalente a $p \vee q$, $p \wedge q$, $p \wedge q$ y $p \leftrightarrow q$ o $p \leftrightarrow q$, respectivamente. Es decir,verficar que

a) $(p \wedge q) \equiv \vee q$ Ley de Morgan
b) $(p \vee q) \equiv p \wedge q$ Ley de Morgan
c) $(p \to q) \equiv p \wedge q$
d) $(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow q$

Solución

a)

p	q	$p \wedge q$	$(p \wedge q)$	p	q	$p \vee q$
V	v	V	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V
F	v	F	V	V	F	V
F	F	F	V	V	V	V

Podemos ver que tanto la cuarta como la última columna son iguales por lo tanto se cumple lo pedido.

b)

p	q	$p \vee q$	$(p \vee q)$	p	q	$p \wedge q$
V	v	V	F	F	F	F
V	F	V	F	F	V	F
F	v	V	F	V	F	F
F	F	F	V	V	V	V
			$\uparrow$			$\uparrow$

c)

p $p \wedge q$	q	$p \to q$	$(p \to q)$	q	$p \wedge q$
V	v	V	F	F	F
V	F	F	V	V	V
F	v	V	F	F	F
F	F	V	F	V	F
			$\uparrow$		$\uparrow$

d)

p	q	$p \leftrightarrow q$	$(p \leftrightarrow q)$	p	$p \leftrightarrow q$	q	$p \leftrightarrow q$
V	v	V	F	F	F	F	F
V	F	F	V	F	V	V	V
F	v	F	V	V	V	F	V
F	F	V	F	V	F	V	F
			$\uparrow$		$\uparrow$		$\uparrow$

5. Decir entre lo que sigue qué es verdadero o falso

a) $p \Rightarrow p \wedge q$
b) $p \Rightarrow p \vee q$

Solución
Se Construye la tabla de verdad de $(p \wedge q) \to (p \leftrightarrow q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \to (p \wedge q)$	$p \vee q$	$p \to (p \vee q)$
V	v	V	V	V	V
V	F	F	F	V	V
F	v	F	V	V	V
F	F	F	V	F	V

Nótese que $p \to (p \wedge q)$ no es una tautología; luego a) es falsa.
Nótese que $p \to (p \vee q)$ es una tautología; luego b) es verdadera.

6. Denótar con Apq, $p \wedge q$ y con $Np \sim p$. Escribirlas siguientes proposiciones empleando A y N en vez de $\wedge$ y $\sim$

a) $p \wedge \sim q$
b) $\sim (\sim p \wedge q)$
c) $\sim p \wedge (\sim q \wedge r)$
d) $\sim (p \wedge \sim q) \wedge (\sim q \wedge \sim r)$

Solución

a) $p \wedge q = p \wedge Nq = ApNq$
b) $\sim (\sim p \wedge q) =\sim (Np \wedge q) =\sim (ANpq) = NANpq$
c) $\sim p \wedge (\sim q \wedge r) = Np \wedge (Nq \wedge r) = Np \wedge (ANqr) = ANpANqr$
d) $\sim (p\wedge \sim q) \wedge (\sim q\wedge \sim r) =\sim (ApNq) \wedge (ANqNr) = (NApNq) \wedge (ANqNr) = ANApNqANqNr$

7. Determinar el valor de verdad de cada uno de los siguientes enuncidos. (Aquí el conjunto universal es el de los números reales)

a) $\forall x, \mid x \mid= x$
b) $\exists x, x^2 = x$
c) $\forall x, x + 1 > x$
d) $\exists x, x + 2 = x$
e) $\exists x, \mid x \mid= 0$

Solución

a) Falso. Nótese qu si $x_0 = -3$, entonces $\mid x_0 \mid\neq x_0$
b) Verdadero. Porque si $x_0 = 1$, entonces $x_0^2 = x_0$
c) Verdadero. Porque todo número real es solución de $x + 1 > x$
d) Falso. No existe solución para $x + 2 = x$
e) Verdadero. Porque si $x_0 = 0$, entonces $\mid x_0 \mid= 0$

8. Negar los enunciados

a) $\forall\, x\, p(x) \wedge \exists\, y\, q(y)$
b) $\exists\, x\, p(x) \vee \forall\, y\, q(y)$

Solución

a) Nótese que $\sim (p \wedge q) \equiv\sim p\vee \sim q$; entonces,

$$(\forall\, x\, p(x) \wedge \exists\, y\, q(y)) \equiv\sim \forall\, x\, p(x)\vee \sim \exists\, y\, q(y) \equiv \exists\, x\ \sim p(x) \vee \forall\, y\ \sim q(y)$$

b) Nótese que $\sim (p \vee q) \equiv\sim p\wedge \sim q$; entonces,

$$\sim (\exists\, x\, p(x) \vee \forall\, y\, q(y)) \equiv\sim \exists\, x\, p(x)\wedge \sim \forall\, y\, q(y) \equiv \forall\, x\ \sim p(x) \wedge \exists\, y\ \sim q(y)$$

9. Sean $\{1,2,3\}$ el conjunto universal. Averiguar el valor de verdad de los enunciados siguientes.

a) $\exists\, x\, \forall\, y\,, x^2 < y+1$
b) $\forall\, x\, \exists\, y\,, x^2 + y^2 < 12$
c) $\forall\, x\, \forall\, y\,, x^2 + y^2 < 12$
d) $\exists\, x\, \forall\, y\, \exists\, z\,, x^2 + y^2 < 2z^2$
e) $\exists\, x\, \exists\, y\, \forall\, z\,, x^2 + y^2 < 2z^2$

Solución

a) Verdadero. Porque si $x = 1$, entonces $1 < y + 1$ tiene como soluciones los números 1, 2 y 3

b) Verdadero. Pues para cada x_0, sea $y = 1$; entonces $x_0^2 + 1 < 12$ es un enunciado verdadero

c) Falso. Porque $x_0 = 2$ e $y_0 = 3$, entonces $x_0^2 + y_0^2 < 12$ que no es enunciado verdadero

d) Verdadero. Pues $x_0 = 1$ y $z_0 = 3$, entonces el conjunto validez de $x_0^2 + y_0^2 < 2z_0^2$, entonces es $1 + y^2 < 18$ es el conjunto universal $\{1, 2, 3\}$

e) Falso. Pues si $z_0 = 1$, entonces $x^2 + y^2 < 2z_0^2$ carece de solución

Ejercicios Propuestos

1. Sea p El es rico" y sea q El es feliz". Expresar por eneunciados verbales los siguientes enunciados sombólicos.

   a) $p \vee q$
   b) $p \wedge q$
   c) $q \rightarrow p$
   d) $p \vee \sim q$
   e) $q \leftrightarrow \sim p$
   f) $\sim p \leftrightarrow q$
   g) $\sim\sim p$
   h) $(\sim p \wedge q) \rightarrow p$

2. Determinar el valor de verdad de los siguientes enunciados:

   a) No es verdad que si $2+2=4$ entonces $3+3=5$ ó $1+1=2$
   b) Si $2+2=4$, entonces no es verdad que $2+1=3$ ó $5+5=10$
   c) No es vrdad que $2+7=9$ si, y solo si, $2+1=5$ implica $5+5=8$
   d) Si $2+2 \neq 4$, entonces no es verdad que $3+3=7$ ssi $1+1=2$

3. Escríbase la negación de cada uno de los enunciados siguientes de la manera más simple posible.

   a) Él es alto pero galán.
   b) Él no es rico ni feliz.
   c) Si caen los precios de las acciones, aumenta el desempleo.
   d) Ni Marcos ni Enrique son ricos.
   e) Él tiene cabello rubio u ojos azules.
   f) Él tiene cabello rubio si, y solamente si, tiene ojos azules.
   g) Ambos, Marcos y Enrique son inteligentes.
   h) Si Marcos es rico, entonces, tanto Enrique como Aura son felices.
   i) Marcos o Enrique es inteligente y Aura es bonita.

4. Hacer una tabla de verdad para cada proposición.

   a) $[p \wedge (\sim q \rightarrow p)] \wedge [(p \leftrightarrow \sim q) \rightarrow (q \vee \sim p)]$
   b) $[p \vee (q \rightarrow \sim r)] \wedge [(\sim p \vee r) \leftrightarrow \sim q]$

5. Sea $\{1, 2, 3, 4\}$ el conjunto universal. Determinar el valor de verdad de cada enunciado.

a) $\forall x \,, x + 3 < 6$
b) $\exists x \,, x + 3 < 6$
c) $\forall x \,, x^2 - 10 \leq 8$
d) $\exists x \,, 2x^2 + x = 15$

6. Dar un contraejemplo para cada enunciado falso. Aquí es $\{3, 5, 7, 9\}$ el conjunto universal.

a) $\forall x \,, x + 3 \geq 7$
b) $\forall x$, es impar
c) $\forall x$, x es primo
d) $\forall x \,, \mid x \mid= x$

7. Negar los siguientes enunciados:

a) $\forall x \, \exists y \, \forall z \, p(x, y, z)$
b) $\exists x \, \forall y \, (p(x) \vee \sim q(y))$
c) $\forall x \, \exists y \, (p(x, y) q(y)$
d) $\exists x \, \exists y \, (p(x) \wedge q(y))$

8. Escribir las proposiciones que siguen con $\wedge$ y $\sim$ en vez de A y N.

a) NApNq
b) ANApqNp
c) AApNrAqNp
d) ANANqANpqNp
e) ANAApAqNrpAqr
f) ANANpNAqNrApNAqNr